

文章编号:1007-2780(2013)02-0173-06

液晶可调电容器的研究

崔文静¹, 邢红玉^{1,2,3}, 叶文江¹, 张志东^{1*}

(1. 河北工业大学 理学院, 天津 300401, E-mail: cwl0610@126.com;
2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所 应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033;
3. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 在外加电压作用下, 液晶的有效介电常数会发生变化, 导致液晶盒电容的改变, 由于液晶盒本身可以看作是一个电容器, 因此随着外加电压的不同其电容是可调的。基于液晶弹性理论和变分原理, 理论推导强锚泊平行排列和混合排列向列相液晶盒电容的解析表达式, 数值模拟得到了液晶盒的电容-电压曲线。通过数据分析, 两种液晶盒的电容特性存在一定的区别, 尤其在较低电压时为了获得较大范围的可调液晶电容器, 平行排列盒选择弹性常数 κ 较小且介电各向异性 γ 较大的液晶材料; 而混合排列盒选择弹性常数 κ 较大且介电各向异性 γ 较大的液晶材料。高压时两盒的选择是一致的。

关 键 词: 液晶可调电容器; 有效介电常数; 平行排列向列相; 混合排列向列相

中图分类号: TM532.5 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3788/YJYXS20132802.0173

Liquid Crystal Tunable Capacitor

CUI Wen-jing¹, XING Hong-yu^{1,2,3}, YE Wen-jiang¹, ZHANG Zhi-dong^{1*}

(1. School of Sciences, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China, E-mail: cwl0610@126.com;
2. State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics,
Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The effective dielectric constant of liquid crystal filled in this cell will change under an external applied voltage, which can result in the variation of the capacitance in liquid crystal cell. Because liquid crystal cell itself may be seen as a capacitor, its capacitance is tunable with different external applied voltages. Based on liquid crystal elasticity theory and variational principles, the analytical expressions of the capacitance in strong anchoring parallel aligned nematic (PAN) and hybrid aligned nematic (HAN) liquid crystal cell are deduced theoretically. The capacitance-voltage curves of these two cells are also obtained by numerical simulation. From the data analysis, there exist some differences for the capacitance characteristics between the two types of cells, especially in the case of low voltage. To obtain the wide range tunable capacitance, the liquid crystal material with the smaller elastic constant and the larger dielectric anisotropic constant should be chose for PAN cell; however, for HAN cell, the situation is reversed. When a high voltage is applied to the liquid crystal cell, the choice of liquid crystal material for two types of cells is consistent.

Key words: liquid crystal tunable capacitor; effective dielectric constant; parallel aligned nematic; hybrid aligned nematic

收稿日期: 2012-10-15; 修订日期: 2012-12-05

基金项目: 国家自然科学基金(No. 10974042, No. 11147103, No. 11274088); 河北省自然科学基金(No. A2010000004); 河北省教育厅项目(No. Z2012061, No. Z2011133); 河北省高校重点学科资助项目

作者简介: 崔文静(1985—), 女, 河北衡水人, 硕士研究生, 主要从事液晶物理和液晶器件物理研究。

* 通信联系人, E-mail: zhidong_zhang@eyou.com

1 引 言

电子元件已经成为新时代的主体,以可调电容为主的新型电子元件也在不断发展中。可调电容在实际的电路应用中根据其封装方式的不同分为贴片可调电容(SMD)、插件可调电容(DIP);根据制造材料的不同又可分为陶瓷可调电容、PVC可调电容、空气可调电容等。近年来,其发展广泛应用于电视机、录像机、收音机、VCD机、DVD机、电话机、办公自动化设备,各种摇控器和信息通讯设备等领域。由于可调电容器是由两片或者两组小型金属弹片中间夹着介质制成的,而液晶盒的基本构造是在两块透明导电玻璃之间充入一定量液晶,其本身构成一个电容器^[1]。在外加电压作用下,液晶指向矢会发生形变,整个液晶层的介电常数亦会随之改变,这样液晶盒的电容就是可调的^[2]。利用液晶电容随电压的变化关系,可以对液晶材料的介电常数^[3]、弹性常数^[4-5]、挠曲电系数^[6-7],基板的锚泊能^[8,9]等问题进行测量。

文献[6]和[7]分别讨论了 PAN 和 HAN 盒中挠曲电效应对液晶盒电容的影响,主要阐述基于液晶盒电容的测量实现对向列相液晶挠曲电系数的测量。但是,向列相液晶的挠曲电效应局限于具有永久偶极矩的楔形和香蕉形液晶分子在展曲和弯曲形变下产生的挠曲电极化与电场相互作用对液晶分子形变的影响,而大部分向列相液晶并不产生此效应,并且这种效应很容易被介电效应所掩盖^[10]。因此,分析不具备挠曲电特性的液晶材料填充的液晶盒的电容是非常有必要的,可以为液晶可调电容器的设计提供理论依据。本文基于液晶弹性理论和变分原理,分别给出了强锚泊平行排列向列相(PAN; Parallel Aligned Nematic)和混合排列向列相(HAN; Hybrid Aligned Nematic)液晶盒电容的解析表达式,并由 Matlab 软件数值模拟了两种液晶盒的电容-电压曲线,分析了液晶材料的介电常数和弹性常数对曲线的影响。

2 理论分析

2.1 液晶盒系统的平衡态方程

液晶盒结构如图 1 所示,其厚度为 l 。对于 HAN 盒,液晶分子在下玻璃基板处平行排列,而在上基板垂直排列;对于 PAN 盒,液晶分子在上下玻璃基板处平行排列。并且两种液晶盒均处于

强锚泊情形。由于液晶弹性相互作用,液晶分子在 xoz 平面内形成一个稳定分布。垂直于基板方向外加一电压 U 作用在液晶盒上,这种稳定分布将被破坏,在此平面内产生形变,用液晶指向矢 $\mathbf{n}$ 来描述这种变化,即 $\mathbf{n} = (\cos\theta, 0, \sin\theta)$, θ 仅是 z 的函数。

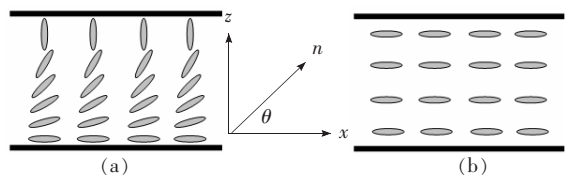


图 1 液晶盒结构及坐标系. (a) 混合盒, (b) 平行盒.
Fig. 1 Structure of liquid crystal cell and the coordinate system. (a) HAN cell, (b) PAN cell.

单位面积系统的自由能可表示为

$$F = \int (f_{\text{elas}} + f_{\text{diel}}) dz \quad (1)$$

其中 f_{elas} , f_{diel} 为弹性和介电自由能密度,表达式分别为^[11]

$$f_{\text{elas}} = \frac{1}{2} k_{11} (\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + \frac{1}{2} k_{22} (\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + \frac{1}{2} k_{33} (\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2 \quad (2)$$

$$f_{\text{diel}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 (\epsilon_{\parallel} \sin^2 \theta + \epsilon_{\perp} \cos^2 \theta) \left(\frac{dU}{dz} \right)^2 \quad (3)$$

k_i ($i=1,2,3$) 分别对应液晶材料的展曲、扭曲和弯曲弹性常数, $\Delta\epsilon = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$ 为液晶材料的介电各向异性, $\epsilon_{\parallel}$ 和 $\epsilon_{\perp}$ 分别为平行和垂直于液晶分子长轴方向的介电常数。由于对液晶盒沿 z 轴方向外加一恒定电压 U , 根据欧拉方程, 可得到电位移矢量 $D_z = - \left(\frac{dU}{dz} \right) g(\theta)$, 电压的表示式为

$$U = \int_0^l E_z dz = \int_0^l \frac{D_z}{g(\theta)} dz \quad (4)$$

其中有效介电常数^[4] $\epsilon(\mathbf{z}) = g(\theta) = \epsilon_0 (\epsilon_{\perp} + \Delta\epsilon \sin^2 \theta)$ 。单位面积系统的自由能密度为

$$f = \frac{1}{2} f(\theta) \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 - \frac{1}{2} g(\theta) \left(\frac{dU}{dz} \right)^2 \quad (5)$$

其中 $f(\theta) = k_{11} \cos^2 \theta + k_{33} \sin^2 \theta$ 。

当系统达到平衡态时, 其公式(1)自由能达到最小值, 单位面积自由能密度满足欧拉方程^[12]

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{d}{dz} \frac{\partial f}{\partial \left(\frac{d\theta}{dz} \right)} = 0 \quad (6)$$

将式(5)代入式(6),从而得到系统的平衡方程

$$f(\theta) \frac{d^2\theta}{dz^2} + \frac{k_{33} - k_{11}}{2} \sin 2\theta \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 + \frac{1}{2} \Delta \epsilon \sin 2\theta \left(\frac{dU}{dz} \right)^2 = 0 \quad (7)$$

方程两边同时乘以 $2d\theta/dz$, 然后对 z 积分得

$$f(\theta) \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 - \frac{D_z^2}{g(\theta)} = M \quad (8)$$

2.2 平行盒电容表达式

在 PAN 盒中我们知道当 $z=l/2$ 时, 指向矢倾角取最大值 $\theta=\theta_m$, 即 $\left. \frac{d\theta}{dz} \right|_{z=l/2} = 0$, 由式(8)得:

$$M = \frac{D_z^2}{g(\theta_m)} \quad (9)$$

引入约化变量 $\gamma = \frac{\epsilon_{//}}{\epsilon_{\perp}} - 1$ 和 $\kappa = \frac{k_{33}}{k_{11}} - 1$, 由方程(9)和方程(8)可以得到

$$\frac{dz}{d\theta} = \begin{cases} \frac{l}{2B} \left\{ \frac{4\epsilon_0\epsilon_{\perp} k_{11} (1 + \gamma \sin^2\theta) (1 + \kappa \sin^2\theta)}{\sin^2\theta_m - \sin^2\theta} \right\}^{\frac{1}{2}} & 0 \leq z \leq l/2 \\ l - \frac{l}{2B} \left\{ \frac{4\epsilon_0\epsilon_{\perp} k_{11} (1 + \gamma \sin^2\theta) (1 + \kappa \sin^2\theta)}{\sin^2\theta_m - \sin^2\theta} \right\}^{\frac{1}{2}} & l/2 \leq z \leq l \end{cases} \quad (10)$$

其中,

$$B = \int_0^{\theta_m} \left\{ \frac{4\epsilon_0\epsilon_{\perp} k_{11} (1 + \gamma \sin^2\theta) (1 + \kappa \sin^2\theta)}{\sin^2\theta_m - \sin^2\theta} \right\}^{\frac{1}{2}} d\theta$$

方程(8)和方程(4)得到电压的表达式为

$$U = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon_{\perp}} \sqrt{\frac{1 + \gamma \sin^2\theta_m}{\gamma}} \times \int_0^{\theta_m} \left\{ \frac{4\epsilon_0\epsilon_{\perp} k_{11} (1 + \kappa \sin^2\theta)}{(\sin^2\theta_m - \sin^2\theta) (1 + \gamma \sin^2\theta)} \right\}^{\frac{1}{2}} d\theta \quad (11)$$

引入一些新的变量 $\eta = \sin^2\theta_m$ 、 $\sin\theta = \sin\theta_m \sin\varphi$,

则电压表示为

$$U = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon_{\perp}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sqrt{\frac{1 + \gamma\eta}{\gamma}} \times \left[\frac{4\epsilon_0\epsilon_{\perp} k_{11} (1 + \kappa\eta \sin^2\varphi)}{(1 + \gamma\eta \sin^2\varphi) (1 - \eta \sin^2\varphi)} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} d\varphi \quad (12)$$

根据电容的定义 $dC = S \epsilon(z)/dz$, S 为基板的

面积, 对其积分可以得到整个液晶层的电容为:

$$\frac{1}{C} = \frac{2}{S\epsilon_0\epsilon_{\perp}} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{dz}{1 + \gamma \sin^2\theta} \quad (13)$$

将式(10)代入式(13), 上式可化为:

$$\frac{1}{C} = \frac{l}{S\epsilon_0\epsilon_{\perp}} \times \frac{\int_0^{\theta_m} \left\{ \frac{4\epsilon_0\epsilon_{\perp} k_{11} (1 + \kappa \sin^2\theta)}{(\sin^2\theta_m - \sin^2\theta) (1 + \gamma \sin^2\theta)} \right\}^{\frac{1}{2}} d\theta}{B} \quad (14)$$

定义约化电容 $c = \frac{C}{C_0}$, 其中 $C_0 = \frac{S\epsilon_0\epsilon_{\perp}}{l}$ 对应电

压为 0 时的电容, 由式(14)可知约化电容为

$$c = \frac{B}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{4\epsilon_0\epsilon_{\perp} k_{11} (1 + \kappa\eta \sin^2\varphi)}{(1 + \gamma\eta \sin^2\varphi) (1 - \eta \sin^2\varphi)} \right]^{\frac{1}{2}} d\varphi} \quad (15)$$

其中

$$B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \frac{4\epsilon_0\epsilon_{\perp} k_{11} (1 + \gamma\eta \sin^2\varphi) (1 + \kappa\eta \sin^2\varphi)}{1 - \eta \sin^2\varphi} \right\}^{\frac{1}{2}} d\varphi$$

2.3 HAN 盒电容表达式

由式(8)可变化形式得:

$$f(\theta) \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 = M + \frac{D_z^2}{g(\theta)} = D_z^2 \left(\frac{D_z^2}{M} + \frac{1}{g(\theta)} \right) \quad (16)$$

当有电场时由式(16)得到:

$$\frac{dz}{d\theta} = \frac{1}{2D_z} \left[H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2\theta)} \right]^{-\frac{1}{2}} \times$$

$$[4k_{11}\epsilon_0\epsilon_{\perp} (1 + \kappa \sin^2\theta)]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

在强锚定条件下 $\theta(0)=0$ 、 $\theta(1)=\frac{\pi}{2}$, 可以得到指向矢的分布为:

$$z = l \frac{\int_0^{\theta} \left[H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2\theta)} \right]^{-\frac{1}{2}} (1 + \kappa \sin^2\theta)^{\frac{1}{2}} d\theta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2\theta)} \right]^{-\frac{1}{2}} (1 + \kappa \sin^2\theta)^{\frac{1}{2}} d\theta} \quad (18)$$

将式(18)代入式(4)得到电压的分布为：

$$U = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{k_{11}}{\epsilon_0 \epsilon_{\perp}} \right)^{\frac{1}{2}} (1 + \gamma \sin^2 \theta)^{-1} \times \left[H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2 \theta)} \right]^{-\frac{1}{2}} (1 + \kappa \sin^2 \theta)^{\frac{1}{2}} d\theta \quad (19)$$

由电容的定义 $dC = S \epsilon(z) / dz$, S 为基板的面积, 对其积分可以得到：

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{S \epsilon_0 \epsilon_{\perp}} \int_0^l \frac{dz}{1 + \gamma \sin^2 \theta} \quad (20)$$

当有电场作用时

$$\frac{1}{C} = \frac{l}{S \epsilon_0 \epsilon_{\perp} B_1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2 \theta)} \right]^{-\frac{1}{2}} \times [4k_{11} \epsilon_0 \epsilon_{\perp} (1 + \kappa \sin^2 \theta)]^{\frac{1}{2}} (1 + \gamma \sin^2 \theta)^{-1} d\theta \quad (21)$$

令

$$B_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2 \theta)} \right]^{-\frac{1}{2}} \times [4k_{11} \epsilon_0 \epsilon_{\perp} (1 + \kappa \sin^2 \theta)]^{\frac{1}{2}} d\theta \quad (22)$$

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[H + \frac{1}{(1 + \gamma \sin^2 \theta)} \right]^{-\frac{1}{2}} \times [4k_{11} \epsilon_0 \epsilon_{\perp} (1 + \kappa \sin^2 \theta)]^{\frac{1}{2}} (1 + \gamma \sin^2 \theta)^{-1} d\theta \quad (23)$$

定义约化电容 $c = \frac{C}{C_0}$, 其中 $C_0 = \frac{S \epsilon_0 \epsilon_{\perp}}{l}$ 对应电压为 0 时的电容, 则约化电容可以表示为

$$c = \frac{B_1}{A} \quad (24)$$

3 数值模拟

基于上述原理, 通过 Matlab 软件进行模拟, 对于平行盒, 其计算思想为, η 值是液晶指向矢最大倾角值, 其取值范围是 $[0, \pi/2]$, 首先在此范围内取不同的一系列 η 值, 由 (12) 式求出一系列的电压 U , 由插值法确定某一电压下的 η 值。然后再将 η 值代入 (12) 和 (15) 两式分别确定约化电容 c 和电压 U , 这样通过一一对应的关系可以得到电容-电压曲线。将 η 值代入式 (10), 就可以得到指向矢分布曲线。而在混合盒中, 给 H 赋一系列值, 由 (19) 式一一对应求出电压, 然后由两点插值法求出特定电压下的 H 值, 将得到的 H 值代入 (19) 和 (24) 两式可以得到电压-电容曲线, 代入式 (18) 就可以得到指向矢分布曲线。其中 H 的取值与参数 γ 有关。由于我们所做的曲线中有 γ 值变化, 因此在这组曲线中 H 值的取值范围是不

同的, 而 H 和 γ 的关系为 $H > -\frac{1}{1 + \gamma}$ 。

计算中所取的液晶器件及液晶材料的参数为: $l = 2 \mu\text{m}$, $k_{11} = 6.2 \text{ pN}$, $\epsilon_{\perp} = 5.3$ 。弹性常数取不同值 $\kappa = 1, 2, 3, 5, 10, 20$ 时得到了平行盒与混合盒中 $c-U$ 曲线如图 2 和 3 所示, 此时 $\gamma = 1.0$; 介电常数取不同值 $\gamma = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ 时 $c-U$ 曲线如图 4 和 5 所示, 此时 $\kappa = 10$ 。可以看出,

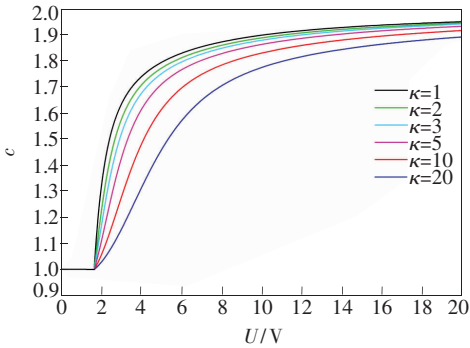


图 2 弹性常数取不同值时平行盒 $c-U$ 曲线

Fig. 2 $c-U$ curve in PAN cell for different elastic constants

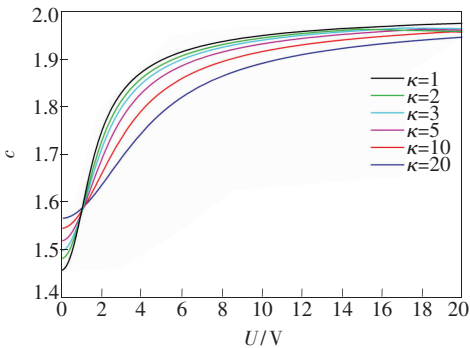


图 3 弹性常数取不同值时混合盒 $c-U$ 曲线

Fig. 3 $c-U$ curve in HAN cell for different elastic constants

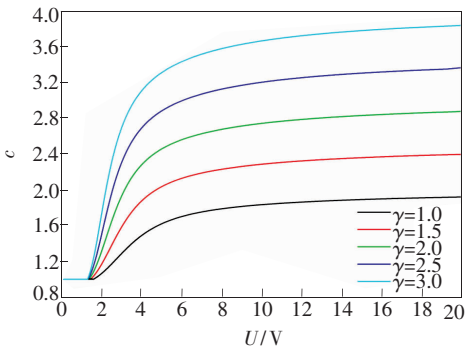


图 4 介电常数取不同值时平行盒 $c-U$ 曲线

Fig. 4 $c-U$ curve in PAN cell for different dielectric constants

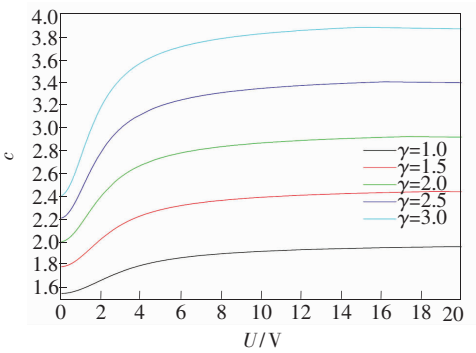


图 5 介电常数取不同值时混合盒 $c-U$ 曲线
Fig. 5 $c-U$ curve in HAN cell for different dielectric constants

液晶盒的电容是随电压可调的，在平行盒中随着液晶弹性常数 κ 的减小和介电各向异性 γ 的增加，液晶盒电容的变化比较明显，也就是可调的范围加大。而混合盒内，较低电压 $0\sim1.5\text{ V}$ 时，弹性常数 κ 的增大和介电各向异性 γ 的增加，液晶盒电容可调范围增大。高压时两盒在弹性常数和介电常数不同时电容随电压变化的趋势一致，并且混合盒的变化范围比较明显。

液晶盒电容随电压的变化与不同电压下液晶指向矢的分布密切相关。无论弹性系数和介电各向异性为何值，随着施加电压的增加，两种液晶盒中指向矢均趋于稳定分布，因此，电容变化逐渐变得平缓直至高电压时某一恒定值。PAN 盒存在阈值电压，当施加电压小于阈值电压时，液晶指向矢平行排列保持不变，此时液晶盒的电容也保持不变，如图 2 和图 4 所示。HAN 盒在不加电压时液晶指向矢倾角下基板到上基板存在 $0\sim\pi/2$ 的变化，所以随着电压的增大，电容也在增大。为

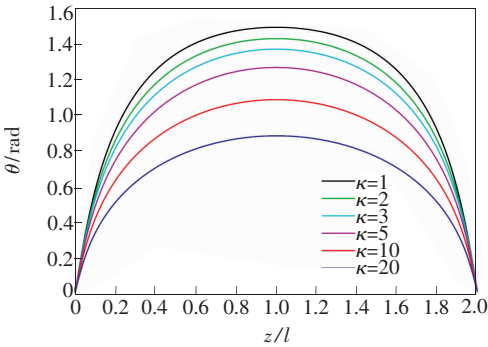


图 6 弹性常数取不同值时平行盒指向矢分布
Fig. 6 Distribution of director in PAN cell for different elastic constants

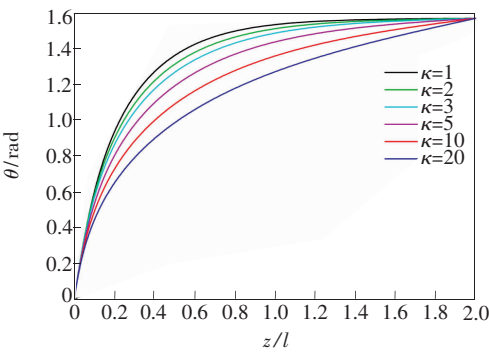


图 7 弹性常数取不同值时混合盒指向矢分布
Fig. 7 Distribution of director in HAN cell for different elastic constants

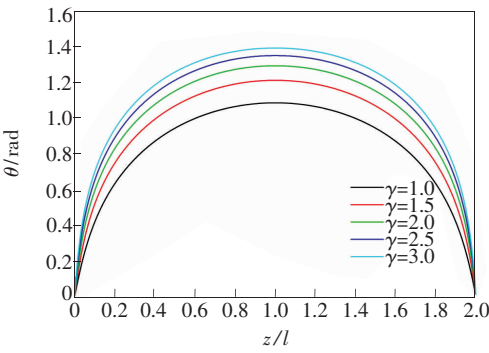


图 8 介电弹性常数取不同值时平行盒指向矢分布
Fig. 8 Distribution of director in PAN cell for different dielectric constants

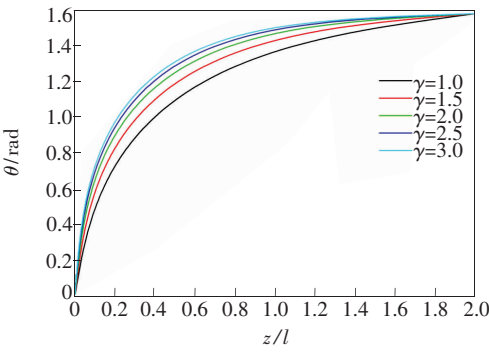


图 9 介电弹性常数取不同值时平行盒指向矢分布
Fig. 9 Distribution of director in HAN cell for different dielectric constants

了比较两种液晶盒在不同弹性常数和介电常数电容的变化，我们取电压为 4 V 得到了指向矢分布，如图 6～图 9，分别对应图 2～图 5。随着弹性常数减小和介电常数增加，液晶指向矢倾角变化加大，导致液晶盒电容增加，说明液晶盒电容的可调范围也在逐渐加大。

4 结 论

基于液晶弹性理论和变分原理,首先推导了 PAN 和 HAN 液晶盒约化电容 c 的解析表达式,然后由 Matlab 软件数值模拟了两种液晶盒的电容-电压曲线,其电容是可调的。为了得到可调范

围较大的液晶电容器,平行盒可以选择弹性常数 κ 较小且介电各向异性 γ 较大的液晶材料;而混合排列盒在较低电压时可以选择弹性常数 κ 较大且介电各向异性 γ 较大的液晶材料,高电压时可以选择弹性较小且介电各向异性 γ 较大的液晶材料,这时和平行盒的一致。

参 考 文 献:

- [1] Yang D K, Wu S T. *Fundamentals of Liquid Crystal Devices* [M]. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2006: 274.
- [2] Morris S W. Measurements of the elastic constants of a liquid crystal [D]. Vancouver: University of British Columbia, 1985.
- [3] Welford K R, Miners F, Sambles J R. A new technique for determining the dielectric constants of a nematic liquid crystal [J]. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 1988, 21: 1320-1325.
- [4] 温庆祥, 黄锡珉, 何林, 等. C-V 法液晶弹性常数的测定 [J]. *液晶与显示*, 1993, 1(1): 73-78.
- [5] 孔祥建, 荆海, 黄霞, 等. 一种改进的 C-V 方法对向列相液晶弹性常数 k_{11} 、 k_{33} 测量的理论研究 [J]. *液晶与显示*, 2007, 22(5): 587-590.
- [6] 崔文静, 邢红玉, 张艳君, 等. 挠曲电效应对向列相液晶盒电容的影响 [J]. *数值计算与计算机应用*, 2012, 33(2): 142-150.
- [7] 崔文静, 邢红玉, 张艳君, 等. 混合排列向列相液晶盒电容特性研究 [J]. *液晶与显示*, 2012, 27(5): 608-612.
- [8] Nastishin Y A, Polak R D, Shiyanovskii S V, *et al.* Nematic polar anchoring strength measured by electric field techniques [J]. *J. Appl. Phys.*, 1999, 86(8): 4199-4213.
- [9] Nie X Y, Lin Y H, Wu T X, *et al.* Polar anchoring energy measurement of vertically aligned liquid-crystal cells [J]. *J. Appl. Phys.*, 2005, 98(1): 013516.
- [10] 谢毓章. 凝聚态物理学丛书: 液晶物理学 [M]. 北京: 科学出版社, 1998: 110-112.
- [11] 谢毓章. 凝聚态物理学丛书: 液晶物理学 [M]. 北京: 科学出版社, 1998: 28-38, 105-107.
- [12] Sugimura A, Luckhurst G R, Ou-yang Z-C. Director deformation of a twisted chiral nematic liquid crystal cell with weak anchoring boundaries [J]. *Phys. Rev. E*, 1995, 52(1): 681-689.